SPM
contacto

FOLHA INFORMATIVA DA DELEGAÇÃO REGIONAL DO CENTRO DA SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

nº 7 julho 1982

ABERTURA

Vamos ter o V-Encontro Regional. Este ano vai ser à beira-mar, ainda em tempo de praia, pois é a 27, 28 e 29 de Setembro, na Figueira da Foz.

Como já é tradição, vão ser três dias de trabalho e de convívio, com alguns momentos para diversão. Este ano vamos ter algumas novidades no programa! Contamos com a comparência e o entusiasmo de todos.

Entretanto a S.P.M. vai adquirindo uma dinâmica que não pára. Uma das realizações que mais interes se tem despertado e que mais pessoas movimenta, são as até aqui Mini-Olimpíadas de Matemática, que já por três vezes aconteceram na Delegação Regional do Centro e vão deixar de ser Mini. Este ano, e pela primeira vez, realizaram-se, a título experimental, também em Lisboa. Em 1983 deverão ter lugar em todo o País e Ilhas. Depois poderemos pensar na participação a nível internacional.

Até breve. Encontrar-nos-emos na Figueira da Foz.

A Direcção da Delegação Regional do Centro da S.P.M.

O MUNDO DA MATEMÁTICA

NO 150º ANIVERSÁRIO DA MORTE DE GALOIS

por
João Filipe Queiró
(Assistente no Dep. de Matemática da F.C.T.U.C.)

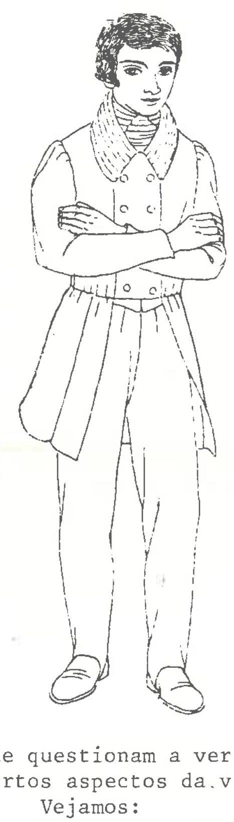
No passado dia 31 de Maio completaram-se 150 anos sobre a morte de Évariste Galois.

Galois morreu aos 20 anos mas na sua curta vida teve tempo para fazer contribuições importantes para a Matemática. Dessas contribuições destaca-se, como a mais notável, o esclarecimento das condições exactas em que as raízes de um polinómio de qualquer grau se podem obter, por operações algébricas elementares, a partir dos seus coeficientes. Ficou assim definitivamente solucionado o problema da resolubilidade (por meio de "fórmulas resolventes") das equações algébricas.

Tal como acontece sempre que alguém com capacidades invulgares morre muito cedo, também perante o desaparecimento prematuro de Galois ficam interrogações difusas sobre o que ele poderia ter feito, ou onde teria chegado, se..., se... Os especialistas do condicional estão aqui em terreno fértil.

O caso de Galois presta-se a isso tanto mais que ele morreu em circunstâncias rocambolescas, num duelo de carácter passional. E isto depois de uma vida acidentada: participação em revoluções, estadias na prisão, etc.

Mas não se vai contar aqui, pela milésima vez, a história da vida de Galois. Essa história, sobretudo no que se refere aos seus episódios mais espectaculares, é sobejamente conhecida. Não, o que se pretende com esta nota é chamar a atenção para dois artigos, recentemente vin



Évariste Galois

(25/10/1811 - 31/5/1832)

que questionam a versão vulgarmente aceite sobre certos aspectos da vida de Galois.

Vejamos:

O principal responsável pela grande difusão da biografia do jovem matemático francês como ela é conhecida foi sem dúvida o americano Eric Temple Bell, com o seu excelente livro *Men of Mathematics* (na tradução francesa *Les Grands Mathématiciens*). Este livro é uma colecção de biografias de matemáticos, desde Zenão (séc. V a. C.) até Cantor (1845-1918). O seu 20º capítulo. de-

2 O ENCONTRO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA ORGANIZADO PELA S.P.M.

Reportagem de J.Machado Gil

(conclusão)

No dia 2 de Abril, G. Brousseau tratou o tema "Tendences originales des recherches en didactique des mathématiques". Analisou vários aspectos da experimentação e investigação didáctica. Considerou a Didáctica como a ciência do ensinar, de fazer aprender intencionalmente, e mostrou vários aspectos componentes. Salientou meios didácticos, métodos, explicações e reflexões. Apontou vários estudos, que fazem a interpretação científica dos conceitos tradicionais usados pelos professores. Fixa-se numa zona epistemológica da Didáctica: estudo dos objectivos do ensino. Estuda a formação dos conceitos matemáticos. Historicamente os conceitos fundamentais passaram por vários estádios. Exemplifica com a noção de função. Há uma influência cultural na formação dos conceitos. Exemplifica com o conceito de espaço, usado em várias fases sucessivas do estudo e aplicação da geometria. Descreveu estudos de 1960-1970, em França, a respeito dos obstáculos à aquisição dos conceitos; referentes ao contrato entre o professor e o aluno e situações de ruptura; e ainda respeitantes à perda do sentido da acção do professor.

Há duas maneiras de encarar o ensino da matemática: como teoria, referenciando as obras da especialidade, observações e recomendações; ou, como assunto didáctico, a estudar em situação escolar. Há vários estudos psicológicos e alguns das situações escolares, quase sempre apoiados em técnicas da análise factorial. Parece-lhe que são estes estudos das situações escolares os mais necessários.

No último dia do encontro, Maria Paz falou de "La enseñanza de la matemática en España durante las dos últimas décadas".

Assinalou como principais mutações na época considerada, em Espanha: mudanças sócio-económicas e crise da Universidade e a reforma do sistema de ensino de 1970. Mutações mundiais: reunião de Royaumont, de 1959, e a de Dubrovnik, de 1960. Destas reuniões não saiu um projecto de educação, nunca foram delineados os fins da educação. Houve dificuldades na adaptação dos professores aos projectos propostos, e algumas ajudas dadas pelo desenvolvimento da Psicologia. Em Dubrovnik, propôs-se a interligação da álgebra e da aritmética; utilização de materiais novos: conjuntos e estruturas; abandono da Geometria tradicional. Pensou-se na formação de cientistas e não na definição dos fins da educação. Vêm assim para o dia a dia estruturas, aneis e álgebra linear. Há que fazer a actualização dos professores e adaptar o material a estudar ao desenvolvimento psicológico dos alunos. Salientou, em Espanha, a acção de Puig Adam, Abellanas, Etayo e Bagner e outros neste sentido. Fez o balanço do que se passou, em Espanha: pequena participação dos professores, dificuldades de adaptação, implantação muito rápida, "conjuntos" a mais, descuido do ensino do cálculo e abandono da geometria. Propôs uma nova visão do ensino da matemática: matemática dirigida à compreensão do real envolvente, moderação no estudo dos conjuntos, mais importância ao cálculo, conexão com a vida diária e mais atenção ao estudo da geometria.

O conjunto destas quatro conferências constituiu a parte mais valiosa do Colóquio. Ficámos com informações actuais sobre o ensino da matemática, dadas por observadores técnicos, colocados em pontos culturais, diferentes, da Europa: Itália, França, Espanha e Inglaterra.

O panorama projectado revela, a traços largos, um surto de renovação do ensino da matemática, por volta de 1960, por meio de alteração dos conteúdos tradicionais dos programas, determinada por uma proposta de fundamentação da matemática, e sem alteração dos processos técnicos tradicionais do ensino; dificuldades didácticas de renovação do ensino baseado nos novos programas e permanência do insucesso nos estudos de matemática; reconhecimento da importância social dos conhecimentos matemáticos e pressão social na determinação dos conteúdos imediatos dos programas; investigação psicológica e didáctica, para ajudar a remover o insucesso escolar em Matemática; manter e intensificar estas últimas investigações e aproveitar os resultados já obtidos como informação indispensável na formação de professores; estabelecer, para já, um ensino de conteúdo ligado às exigências imediatas da sociedade e de técnicas ligadas à experiência diária dos alunos e compatíveis com o ensino a grupos numerosos, e, se possível, de processos que desenvolvam a capacidade de decisão e adaptação dos alunos. Propõe uma mudança de atitude no ensino, mas com respeito pelos dados obtidos em várias experiências anteriores, e manifesta a tendência de avaliar o ensino pelo rendimento em aptidão social.

No segundo dia do Colóquio, como homenagem a Sebastião e Silva, realizou-se um debate subordinado a "O perfil pedagógico de José Sebastião e Silva". O debate foi orientado por uma mesa de seis elementos. Estes apresentaram as suas recordações e vincaram alguns traços do perfil a reconstruir. O Prof. Guerreiro entendeu que a acção pedagógica de Sebastião e Silva é unitária, e inseparável da actividade do homem que foi. No ensino, só se lhe depara uma preocupação, a dum ensino, de qualquer grau, cada vez melhor. O Prof. Campos Ferreira lembrou a convivência profissional com Sebastião e Silva, o apoio franco e determinante, que este lhe deu, e a preocupação, que nele notou, de despertar vocações para a investigação matemática. Passados dez anos, pensava que a melhor homenagem, que se poderia prestar a Sebastião e Silva, seria saber-se que o Compêndio estaria na mão da maioria dos professores e dos alunos do ensino secundário. A Dr.ª D. Madalena Garcia salientou a cultura geral, que a deslumbrou; a preocupação pela educação estética; a fonte de estímulo ao aperfeiçoamento do ensino, que foi a sua convivência com Sebastião e Silva. O Dr. Almeida Costa caracterizou a acção pedagógica de Sebastião e Silva por uma constante criação de situações a pedir resposta, um desenrolar de interrogações necessárias, prendendo o aluno e arrastando-o para resposta; e cunho próprio de expressão para a transmissão do conhecimento. O Dr. Osório dos Anjos apresentou alguns aspectos reveladores de elevados princípios de probidade científica do Prof. Sebastião e Silva, e outros de exigência consigo mesmo no aperfeiçoamento de trabalhos científicos. Emma Castelnuovo relatou alguns episódios da convivência com Sebastião e Silva, nos quais transparecem algumas das suas preocupações pedagógicas e científicas.

Pretendeu a mesa que a assistência completasse o seu trabalho, mas, embora numerosa, só mais duas pessoas se juntaram: uma lembrando um episódio de convivência em Lisboa; outra, que tendo sido sempre professor fora da área de Lisboa,

(continua na pág.7)

por

Ana Isabel Rosendo (Assistente no Dep. de Matemática da FCTUC)
e
M. Rolão Candeias (Assistente convidado na Fac. Economia U.C.)

Estando convencidos de que chamar a atenção para os erros não propaga esses mesmos erros e esperando até que os evite, resolvemos criar esta rubrica em que sob a forma de "**enigma**" *se levantam questões que são vulgarmente referidas pelos alunos como* "**ratoeiras**".

No texto que se segue há afirmações incorrectas ou mesmo erradas. Quais e porquê? *(ver soluções pág. 7).*

1. O primeiro princípio de indução diz: Se $P(1)$ é uma proposição verdadeira e se, para todo o número natural k, a proposição $P(k+1)$ for verdadeira sempre que $P(k)$ o seja, então $P(n)$ é uma proposição verdadeira para todo o número natural n.

2. '$\frac{4}{0} = \infty$' significa que se uma sucessão, digamos (u_n), converge para 4 e se outra sucessão, digamos (v_n), converge para zero então a sucessão quociente $(\frac{u_n}{v_n})$ tende para infinito.

3. Dado o grupóide $(\mathbb{R},\Theta)$ com Θ tal que:

$$x\,\Theta\, y = x.y \quad , \quad \forall x,\ y \in \mathbb{R}$$

não existe elemento neutro.
Com efeito, $u\,\Theta\, y = y \Leftrightarrow u.y = y$

$$\underset{y\neq 0}{\Leftrightarrow} u = \frac{y}{y}$$

$$\underset{y\neq 0}{\Leftrightarrow} u = 1$$

Portanto, só há neutro em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

4. $$\lim_{x_n \to -\infty} \frac{x_n - 1}{\sqrt{x_n^2 - 4}} = \lim_{x_n \to -\infty} \frac{x_n\,(1 - \frac{1}{x_n})}{x_n\,\sqrt{1 - \frac{4}{x_n^2}}} = 1.$$

5. Sendo f uma função real de variável real assim definida:

$$f:\ x \longrightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 \Leftarrow x > 0 \\ 2 \Leftarrow x = 0 \\ x^2 - x \Leftarrow x < 0 \end{cases}$$

a sua função derivada é a função

$$f': \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longrightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x \Leftarrow x \geq 0 \\ 2x - 1 \Leftarrow x < 0 \end{cases}$$

REUNIÃO DO CONSELHO DIRECTIVO da Sociedade Portuguesa de Matemática

A fim de ser feito um balanço da situação actual da Sociedade Portuguesa de Matemática e tendo em vista dinamizar a actividade da mesma, resolveu o Secretariado da S.P.M. convocar uma reunião do Conselho Directivo, que teve lugar no dia 19 de Junho em Lisboa, na sede da S.P.M..

Da ordem de trabalhos faziam parte os seguintes assuntos: informações, política editorial, balanço das Mini-Olimpíadas, Orçamento, Sócios Institutionais, eleição do Presidente da S.P.M., escolha de um símbolo da S.P.M. e elaboração dum Plano de Actividades para 1982/83.

Por consenso, decidiu-se que o Conselho Fiscal assistiria às reuniões.

Discutida a necessidade de existência de acordos da S.P.M. com outras Sociedades de Matemática Estrangeiras e tendo-se chegado à conclusão de que já existe um acordo com a Sociedade Francesa de Matemática, foi recomendado que se diligenciasse para que os acordos com as Sociedades de Matemática Americana e Brasileira fossem realidade dentro em breve. Esses acordos permitirão uma troca de publicações que nos irá enriquecer.

Dentro da política editorial discutiram-se alguns problemas da Portugaliae Mathematica e do Boletim da S.P.M.. Todos os presentes exprimiram o seu desejo de que o Boletim seja informativo e que portanto saia pelo menos três vezes por ano.

Estão já a fazer-se esforços para se constituir uma Comissão Redactorial com elementos das Delegações do Norte, Centro e Sul afim de se modificar a situação actual.

Tivemos surpresas ao fazer-se o balanço das Mini-Olimpíadas de Matemática de 1982: — Na Delegação da Região Centro vêm-se realizando todos os anos desde 1980, com muito entusiasmo, tendo tido lugar este ano as III Mini-Olimpíadas; na Região Norte, realizaram-se no Porto, numa só Escola, por iniciativa dessa Escola e usando o regulamento elaborado na Região Centro; na Região Sul realizaram-se num Grupo de Escolas de Lisboa, sob a orientação da Delegação da S.P.M. e também numa Escola de Setúbal. O entusiasmo vivido com esta iniciativa foi enorme, o que levou todos os presentes a prometer que se fariam todos os esforços para que as *Olimpíadas de Matemática se realizassem a nível nacional* no próximo 1983. Ficou decidido que para isso haverá já uma reunião em Setembro a fim de elaborar o regulamento geral.

Na apreciação do Orçamento teve-se em conta as iniciativas de cada Delegação e os 120 contos destinados às três Delegações foram distribuídos ficando 10 para a Delegação do Norte, 70 para a Delegação do Centro e 40 para a Delegação do Sul. Fomos informados de que a S.P.M. tinha, naquele momento, 1372 sócios — 320 na região Norte, 395 na região Centro e 657 na região Sul.

Foi abordada a necessidade de se modificar o processo de pagamento de cotas, pois neste momento existem cerca de 1000 cotas em atraso.

Relativamente ao Plano de Actividades para 1982/83, cada Delegação Regional elaborará o seu plano que irá integrar o Plano Geral da S.P.M..

Problemas como a eleição do Presidente da S.P.M. símbolo da mesma, etc., foram apenas discutidos sem que se tomassem resoluções.

A Direcção da
Delegação Regional do Centro da S.P.M.

INFORMAÇÕES DIVERSAS

Curso de Topologia Geral — Sob o patrocínio da S.P.M., Direcção Regional do Centro, decorreu no Departamento de Matemática da F.C.T.U.C., de Janeiro a inícios de Junho, um curso de Topologia Geral, regido pelo Doutor José Vitória com a colaboração da Dr.ª Maria Helena Seabra.

A assistência foi bastante numerosa durante todo o curso, que terminou com um jantar de confraternização.

*

Um grupo de sócios e simpatizantes da S.P.M. fez uma oferta simbólica de 500$00 à Direcção Regional do Centro, para que as iniciativas continuem. A Direcção Regional acredita no estímulo das acções simbólicas. Por isso vai continuar.

*

De 12 a 21 de Maio de 1982, o Professor José Vitória efectuou uma missão à República de Cabo Verde. Orientou um curso de Topologia de 15 horas; fez uma conferência sobre Geometria Analítica, de 2 horas; e no Centro Cultural Português da Praia, proferiu uma palestra intitulada — *"A Matemática na Universidade de Coimbra: ensino e investigação"*.

*

Está aberto concurso para assistente (1º triénio) de Matemática da Escola Superior de Educação de Viseu, cuja abertura está prevista para o ano lectivo de 1982/83. Os interessados devem dirigir-se à Comissão Instaladora da Escola Superior de Educação de Viseu - R. Alexandre Lobo, 55-3º Esqº, 3500 Viseu (Telef. 27144).

*

O Prof. Simões da Silva (Univ. de Coimbra) dá, durante o mês de Julho, um curso de "Complementos de Matemática" na Univ. dos Açores.

*

O Prof. Artur Alves (Univ. de Coimbra) dá, durante o mês de Julho, um curso de Análise Complexa na Univ. dos Açores.

*

O Prof. Jorge Sampaio Martins (Univ. de Coimbra) está, durante o mês de Julho, como bolseiro na Univ. de Brighton (Inglaterra).

*

De 22 a 25 de Junho esteve no Dep. de Matemática da Univ. de Coimbra o Prof. Chandler Daris, da Univ. de Toronto (Canadá).

Dentro das actividades do grupo de Álgebra Linear e Aplicações fez uma conferência intitulada *"La perturbation du spectre et des sous-espacie spectraux"*.

*

O Prof. Constantino Menezes de Barros, do Instituto de Matemática da Univ. Federal do Rio de Janeiro, proferiu em 23 e 24 de Junho último duas conferências no Dep. de Matemática da Univ. de Coimbra, com os títulos *"Uma generalização dos cálculos diferenciais exteriores e absoluto"* e *"Referenciais móveis e algumas das suas aplicações"*.

*

O Prof. Stefan A. Burr, da City University of New York, que se encontra na Univ. de Coimbra dando colaboração no mestrado de Ciências da Computação, proferiu em 30 de Junho último uma conferência no Dep. de Matemática com o título *"Aplicações da Teoria dos Números ao mundo real"*.

*

O Prof. Marques de Sá (Univ. de Aveiro) será, de Setembro a Dezembro deste ano, professor visitante na Univ. de Maryland (E.U.A.).

*

O Prof. Simões Pereira (City University of New York e Univ. de Coimbra) deslocou-se a Espanha de 10 a 16 de Julho a fim de fazer algumas conferências no Colégio Universitário de Alava (Vitória).

*

O Dep. de Matemática da Univ. de Aveiro propôs a criação, nesse estabelecimento de ensino superior, de uma Licenciatura em Matemática.

Espera-se que essa proposta seja aprovada com brevidade, embora seja duvidoso que o novo curso possa entrar em funcionamento já no ano lectivo de 82/83. Recorde-se que actualmente existe na Univ. de Aveiro uma Licenciatura em Matemática e Desenho destinada à formação de professores para os ensinos Preparatório e Secundário.

*

II ESCOLA DE VERÃO

exemplo do que sucedeu no ano passado, vai ter lugar em Setembro, em Coimbra, uma Escola de Verão de Matemática. A Direcção da Delegação Regional do Centro da S.P.M. nomeou uma Comissão Organizadora, constituída pelos Profs. Artur Soares Alves e Francisco Craveiro de Carvalho (Univ. de Coimbra). Como já deve ser do conhecimento geral, haverá uma taxa de inscrição de 250$00.

Os cursos planeados (a nível de pós-graduação) são os seguintes:

1. *O Desenvolvimento dos Princípios da Mecânica*, Artur S. Alves (Coimbra).
2. *Reticulados Locais*, Manuela Sobral (Coimbra).
3. *Problemas de Singularidades em Cosmologia*, J.P. Durruisseau (Paris VI).
4. *Dualidade em Optimização Convexa*, J. Laurent (Grenoble).
5. *Sistemas Dinâmicos*, F. Craveiro de Carvalho (Coimbra).
6. *Superfícies de Riemann*, Margarida Barros (Porto).

III MINI-OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA

No passado dia 6 de Junho teve lugar no Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra a entrega de prémios das III Mini-Olimpíadas. Os pontos altos do programa foram a conferência *"A Matemática nas Ciências da Natureza"* pelo Doutor St. Aubyn e a sessão da entrega de prémios.

Durante a manhã decorreu uma reunião da Comissão Organizadora com a Direcção da Delegação do Centro, com o Doutor St. Aubyn (Secretário-Geral da S.P.M.) e com alguns Professores que colaboraram nas III Mini-Olimpíadas. O Dr. St. Aubyn informou que este ano em Lisboa tinham também sido organizadas Mini-Olmipíadas, com larga participação de estudantes, pelo que haverá possibilidades de no próximo ano as Olimpíadas de Matemática decorrerem em todo o País.

A Comissão Organizadora espera fazer brevemente uma publicação sobre as III Mini-Olimpíadas.

DECORAR A TABUADA
OU
UTILIZAR AS CALCULADORAS?

por
Jaime Carvalho e Silva
(Assistente no Dep. de Matemática da F.C.T.U.C.)

(conclusão)

Já os computadores (referir-me-ei quase sempre a microcomputadores pois actualmente são, de longe, os mais utilizados com fins educativos) oferecem possibilidades muito mais vastas, para não dizer espectaculares, sobretudo se considerarmos o seu preço. Em contrapartida, as dificuldades ou "perigos" da sua utilização são consideravelmente maiores.

Uma das maiores vantagens dos computadores é a de poderem adaptar o ensino às necessidades, dificuldades e compreensão de cada aluno. Claro que, salvo em casos pontuais, o computador não pode assegurar por si só o ensino pois as aulas "ao vivo" são insubstituíveis. É por isso que o ensino por computador é genericamente designado por C.A.I. (*Computer Assisted Instruction* = Ensino Assistido por Computador). Esse ensino pode revestir inúmeras formas, das quais citarei as três mais importantes:

- *ensino programado*
- *simulação*
- *resolução de problemas ("problem-solving").*

O ensino programado, adequado para o ensino de matérias para as quais se consegue construir uma sequência de componentes elementares, pode ser resumido no esquema da Fig. 1.

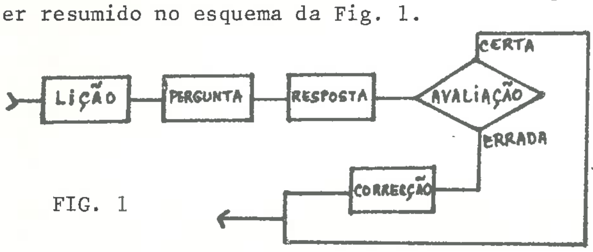


FIG. 1

A simulação é um modo de analisar um tema usando uma representação ou modelo de uma situação e depois fazendo-o "funcionar" de modo a observar o seu comportamento segundo várias circunstâncias (um exemplo é descrito em [3]); a simulação permite pois abordar por uma via de tipo experimental o estudo de fenómenos demasiado complexos, caros ou perigosos (por exemplo, a síntese da nitroglicerina!)

Já a resolução de problemas é um trunfo claro do computador: posto o aluno perante um determinado problema que deverá resolver, o computador ir-lhe-á indicando se as suas tentativas de resolução, totais ou parciais, levam a algum lado, permitindo que o aluno progrida ao seu ritmo próprio e saiba imediatamente os porquês dos seus fracassos.

Poderá parecer à primeira vista que futuramente o professor nada mais terá a fazer. Pelo contrário! Tal como há circunstâncias em que um aluno aprende melhor sòzinho, há outras em que não pode dispensar actividades em pequenos ou grandes grupos sob a orientação do professor. Uma das condições necessárias para o êxito do C.A.I. é mesmo uma correcta orientação do aluno que só o professor pode dar. Mas que o papel do professor poderá mudar radicalmente nos próximos anos, isso é verdade. Vejamos mais detalhadamente os problemas inerentes ao C.A.I.

Se o ensino programado é acusado de precisar de supersimplificar um assunto para este poder ser posto em prática, já a simulação é de muito mais difícil execução pois pretende dar uma boa "imitação" (e simples) da realidade, com todos os seus imprevistos. A resolução de problemas é talvez o de mais fácil implementação, mas cobre apenas uma parte do ensino.

É de referir que em Portugal já se fazem experiências de C.A.I., pelo menos na Universidade do Minho ([6]).

O C.A.I., além de permitir adequar o ensino às necessidades de cada aluno, permite ainda controlar de maneira contínua certas fases do processo ensino-aprendizagem (o professor pode consultar no computador o registo das reacções dos alunos às questões formuladas), além de que o aluno, ficando com o registo da "conversa" que teve com o computador, pode relê-la posteriormente, para melhor se aperceber dos seus erros. É preciso não ignorar o perigo de impessoalização e standardização, e o de se acentuar demasiado o raciocínio lógico em detrimento do intuitivo.

Mas só se poderão extrair benefícios e minorar os inconvenientes se a elaboração dos programas do C.A.I. der o devido peso às componentes científica, pedagógica e informática, não esquecendo a indispensável articulação entre o ensino do professor e o do computador. Deve-se meditar no facto de 1 hora de C.A.I. levar entre 100 a 300 horas a ser elaborada!

Não posso deixar de referir ainda três aspectos da utilização dos computadores no ensino.

O primeiro diz respeito às novas perspectivas abertas ao ensino da geometria pelas espantosas capacidades gráficas dos computadores, de que um dos exemplos mais conhecidos é a célebre "Tartaruga" de Seymor Papert.

O segundo diz respeito à avaliação da aprendizagem por meio do computador, campo em que têm sido obtidos resultados bastante positivos ([4]).

Por último, uma possibilidade espectacular mas de consequências totalmente imprevisíveis: por cerca de 5500$00 pode-se comprar um programa chamado muMATH que permite fazer cálculos com números racionais com 611 dígitos significativos, calcular derivadas de funções de uma ou mais variáveis, calcular primitivas (não todas, claro), desenvolver funções em série, simplificar os resultados, etc. Os problemas levantados por este e outros desenvolvimentos das técnicas de computação põem inúmeras questões no campo do ensino. Aqui deixo uma: Poder-se-á proibir o uso dos computadores para fazer o trabalho de casa?

BIBLIOGRAFIA EM INGLÊS

Artigos das seguintes revistas americanas: *Arithmetic Teacher, The Mathematics Teacher, Journal for Research in mathematics Education, The UMAP Journal, 2 year college mathematicsJournal, The American Mathematical Monthly, Computer.* E ainda das revistas inglesas: *The Mathematical Gazette, Mathematics in School.*

RELATÓRIOS:

Algebra with calculators, B. Blakeley et al. M.A. Report, 1981.

Number investigations with a calculator, F. R. Watson, M.A. Report, 1981.

GALOIS *(continuado da pág.1)*

É um verdadeiro romance, com momentos dramáticos e com o já referido fim trágico. Quem o leia não pode deixar de ficar impressionado com as incompreensões, se não mesmo as perseguições, de que terá sido vítima, por parte do *establishment* científico da época, um jovem idealista e generoso que tinha, completamente sozinho, solucionado um dos mais importantes e difíceis problemas matemáticos então em aberto. Na mesma linha, e com interesse para o público de língua portuguesa, temos a conferência de Bento de Jesus Caraça "A vida e a obra de Evaristo Galois" (reproduzida em *Conferências e Outros Escritos*, daquele autor).

Contada como está por estes dois autores, a vida de Galois é o sonho de qualquer biógrafo. Eles fazem surgir o jovem matemático como vítima de uma conspiração permanente: ele reprova em sucessivos exames, ele vê os seus trabalhos perdidos ou rejeitados, ele é preso sem razão, ele sofre injustiças de todos os géneros. Simplesmente, a realidade não foi talvez tão nitidamente recortada, tão "fotogénica", digamos.

Em "Genius and biographers: the fictionalization of Évariste Galois" *(American Mathematical Monthly*, Fevereiro 1982) e, mais resumidamente, em "The Short life of Évariste Galois" (*Scientific American*, Abril 1982), um matemático americano, Tony Rothman, reexamina a biografia de Galois à luz de documentos inéditos recentemente descobertos e também de textos e testemunhos conhecidos há muito tempo mas geralmente ignorados. A sua análise convence pela exaustão, rigor e seriedade com que é levada a cabo. Rothman disseca o texto de Bell de fio a pavio, confrontando-o com inúmeras outras fontes, incluindo o trabalho clássico de Paul Dupuy em que Bell (tal como Caraça) afirma basear a sua biografia, e também textos do próprio Galois.

É-nos impossível listar todos os desvios e omissões (uns mais desculpáveis, outros menos) que Rothman detecta no trabalho de Bell. Não têm todos a mesma importância; alguns serão irrelevantes, outros contribuíram para o aparecimento de verdadeiras lendas (como o que se refere à noite anterior ao duelo, durante a qual Galois teria passado a escrito, resumidamente e à pressa, o essencial das suas descobertas matemáticas — Rothman mostra ser isto pura ficção). Aqui vamos apenas referir-nos ao que é talvez o aspecto mais chocante da versão de Bell sobre a vida de Galois: o desprezo ou desinteresse manifestados, relativamente aos seus trabalhos, por alguns dos mais conceituados cientistas franceses da época e mesmo de sempre: Cauchy, Fourier e Poisson.

Não se trata, no que se segue, de "tomar partido" por este contra aquele. Isso terá talvez piada. Mas não é fazer História.

Galois submeteu, em meados de 1829 (com 17 anos!), dois artigos à Academia das Ciências de Paris. Esses artigos continham os resultados das suas primeiras investigações sobre a resolubilidade das equações. Segundo Bell, Cauchy, que tinha sido nomeado para apreciar os trabalhos e sobre eles elaborar um relatório, esqueceu-se de o fazer, tendo mesmo perdido os manuscritos.

Ora, afirma Rothman, uma carta de Cauchy recentemente "desenterrada" dos arquivos da Academia prova que, seis meses depois de os ter recebido, Cauchy ainda estava de posse dos artigos de Galois, tinha-os lido e tinha a intenção de sobre eles apresentar um relatório à Academia (o que na realidade nunca fez). E há indícios de que Cauchy se apercebeu da importância daqueles primeiros trabalhos de Galois e de que o teria mesmo encorajado a prosseguir, nomeadamente (mas isto já só é uma conjectura) reunindo as suas investigações numa memória com a qual concorresse

go a seguir, tendo depositado um trabalho nas mãos de Fourier, Secretário da Academia. Fourier morreu dias depois, e o artigo de Galois nunca mais foi encontrado. Os factos foram estes, e não parece legítimo, do ponto de vista do rigor histórico, extrair deles qualquer conclusão especial.

Finalmente, o "caso Poisson". Em princípios de 1831, Poisson convidou Galois a submeter uma nova versão do seu artigo à consideração da Academia. Galois assim fez. O trabalho entregue contém os seus resultados mais importantes sobre a resolubilidade das equações, incluindo a introdução e o estudo do que hoje se chama o grupo de Galois de um polinómio.

Algum tempo depois, Poisson dá um parecer negativo sobre o artigo. Segundo Bell, o famoso matemático e físico terá secamente qualificado o trabalho de Galois de "incompreensível". Não é isso o que se pode ler no relatório original enviado a Galois e que é citado por Rothman. Algumas frases desse relatório: *"Fizemos todos os esforços para compreender as demonstrações do Sr. Galois. A sua argumentação não é suficientemente clara nem está suficientemente desenvolvida para nos permitir ajuizar da sua correcção. (...) Para formar uma opinião definitiva deve aguardar-se que o autor publique o seu trabalho numa versão mais completa"*. O manuscrito foi devolvido a Galois mas, como se vê, não é exacto nem justo dizer-se que Poisson o rejeitou com a indicação de que o achava "incompreensível". Aliás, de acordo com um matemático inglês citado por Rothman, estas e outras críticas de Poisson são perfeitamente correctas e justificadas: Galois, segundo ele, apresentava os seus raciocínios de forma extremamente concisa e difícil de seguir, e mesmo com alguns erros.

Claro que Galois não levou nada disto a bem. E aqui entramos noutro aspecto do texto de Bell que Rothman procura esclarecer. Segundo Bell, a rejeição e a incompreensão do seu génio por parte dos que o rodeavam transformaram Galois num ser amargurado e levaram-no a envolver-se em actividades políticas radicais que acabaram por o conduzir à prisão. Rothman mostra que só um entorse à cronologia dos acontecimentos permite sustentar esta tese. Na verdade, vários incidentes mostram que as opções políticas de Galois vêm mais de trás. O que o destino dos seus trabalhos submetidos à Academia desencadeou com certeza em Galois foi um grande azedume em relação àquela instituição, azedume esse que Rothman chega a classificar como paranóico. De facto, há provas de que um dos passatempos de Galois (ainda antes do relatório de Poisson) era ir para a Academia insultar os oradores. E isto seria apenas um exemplo, entre outros, ilustrativo de que Galois não era exactamente a figura inocente e passiva retratada por Bell (e por Caraça).

Hoje em dia é pacífico que a História não é uma ciência objectiva. Ela é escrita conforme, por por um lado, as informações e os documentos existentes em cada época, e, por outro, os gostos, as tendências e mesmo as conveniências de cada autor particular. "Quem conta um conto acrescenta um ponto", diz o ditado. Bell acrescentou alguns pontos, suprimiu outros, e o resultado foi a imagem familiar que temos do Galois-génio-perseguido. Surge agora, com os contornos ainda imprecisos, uma imagem de Galois-génio-turbulento-com-azar. O Galois-mito vai dando lugar ao Galois-homem, e estará bem assim. Os mitos são importantes, sem dúvida, mas, para quem não é apreciador de mitos, aí está o que é talvez uma melhor aproximação da verdade sobre a vida de Galois. Dizemos "talvez" porque nos limitámos a expor as opiniões de outrem. E isto mesmo de que estivemos a

ISTO É UMA RATOEIRA — **Respostas**

1. $P(n)$ é uma condição no universo $\mathbb{N}(n \in \mathbb{N})$ e não uma proposição. Por isso um enunciado possível e correcto é o seguinte:

Dada uma condição $P(n)$ qualquer, no universo $\mathbb{N}$, se $P(1)$ é uma <u>proposição verdadeira</u> e se a condição '$P(k) \Longrightarrow P(k+1)$' é uma condição universal em $\mathbb{N}$ então a condição $P(n)$ é universal em $\mathbb{N}$.

Em símbolos, podemos escrever

$$P(1) \wedge (P(k) \Longrightarrow P(k+1), \forall k \in \mathbb{N}) \underset{P}{\Longrightarrow} P(n), \forall n \in \mathbb{N}$$

Apresentamos ainda o seguinte enunciado:

Se no universo $\mathbb{N}$ uma condição hereditária $P(n)$ é verificada para $n = 1$, então é universal em $\mathbb{N}$.

Nota: Diz-se que uma condição $P(n)$ é hereditária no universo $\mathbb{N}$ sse $P(k) \Longrightarrow P(k+1)$, $\forall\ k \in \mathbb{N}$, isto é, sse sempre que se verifica $P(k)$ também se verifica $P(k+1)$.

2. '$\frac{4}{0} = \infty$' significa que se uma sucessão, (u_n), converge para 4 e se outra sucessão, (v_n), converge para zero e se <u>além disso (v_n) tem todos os seus termos diferentes de zero</u>, então existe a sucessão quociente $(\frac{u_n}{v_n})$ e ela tende para ∞.

Nota: Se algum dos termos de v_n for nulo não podemos construir a sucessão quociente já que '$\frac{4}{0}$' em termos de divisão de números reais não tem significado matemático em $\mathbb{R}$.

3. O elemento neutro é $u = 1$.
Com efeito

$$1 \Theta y = y \Theta 1 = y \quad , \quad \forall\ y \in \mathbb{R}$$

Na verdade, ao escrevermos $u \Theta y = y \Longleftrightarrow u.y = y \underset{y \neq 0}{\Longleftrightarrow} u = 1$

a condição $y \neq 0$ não é intrínseca ao problema mas antes uma consequência da "técnica" de resolução usada. Repara-se que, sendo $y=0$, a equação $u.0 = 0$ é indeterminada e, portanto, admitindo infinitas soluções, admite obviamente a solução $u = 1$, isto é, $1.0 = 0$.
Portanto

$$\exists u \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{R} \ , \ u \Theta y = y \Theta u = y.$$

4. Por definição de infinitamente grande negativo existe uma ordem p depois da qual todos os termos de (x_n) são negativos.
Por outro lado $\sqrt{ab^2} = -\ b\sqrt{a}$ se $b \in \mathbb{R}^-$ $(a \in \mathbb{R}^+_0)$

$$\text{Logo } \lim_{x_n \to -\infty} \frac{x_n - 1}{\sqrt{x_n^2 - 4}} = \lim_{x_n \to -\infty} \frac{x_n(1 - \frac{1}{x_n})}{-x_n \sqrt{1 - \frac{4}{x_n^2}}} =$$

$$= -\lim_{x_n \to -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x_n}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x_n^2}}} = -\ 1.$$

5. A função derivada de f associa a cada ponto x_o do domínio de f a sua derivada, nesse ponto, caso ela exista e seja finita.
Ora

$$f'_e(o) = \lim_{x \to o^-} \frac{f(x) - f(o)}{x - o} =$$

$$= \lim_{x \to o^-} \frac{x^2 - x - 2}{x - o} = +\ \infty$$

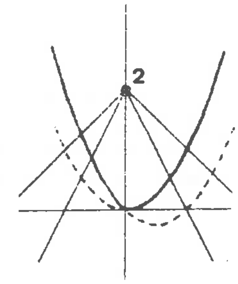
$$f'_d(o) = \lim_{x \to o^+} \frac{x^2 - 2}{x - o} = -\ \infty$$

Portanto não existe $f'(o)$ e assim a função derivada não está definida no ponto $x_o = o$, isto é

$$f' : \mathbb{R} \setminus \{o\} \longmapsto \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto f'(x) = \begin{cases} 2x \Longleftarrow x > o \\ 2x - 1 \Longleftarrow x < o \end{cases}$$

A representação gráfica da função é elucidativa.



Nota: Como no ponto $x_o = o$ é $f'_e(o) = -\infty$ e $f'_d(o) = +\ \infty$ não existe tangente ao gráfico neste ponto mas apenas semitangente e por isso dizemos que não existe $f'(o)$.
A equação da semitangente é $x = o \wedge y \leq 2$.

ENCONTRO DA S.P.M. *(continuado da pág.2)*

sentia necessidade de mostrar a sua gratidão, reforçando a inclinação de Sebastião e Silva, para ajudar os alunos e despertar o interesse pela investigação.

Talvez se possa pensar que, passados dez anos, a assistência era constituída, na maioria, por professores demasiado jovens, para estarem presos à influência de Sebastião e Silva.

Na Secção A, foram apresentadas sete comunicações. Uma procurando vislumbrar o conteúdo dos programas de Matemática do ensino secundário, nos anos-oitentas; outra focando aspectos da preparação actual dos alunos, à entrada na Universidade; duas estudando, cada uma por si, a posição da Lógica e do capítulo das Funções nos programas actuais do ensino secundário; e três estudando as relações entre o ensino da Geometria e o mundo real.

Na Secção B, foram apresentadas oito comunicações. Quatro propondo, ou defendendo, o processo de ensino da matemática por resolução de problemas; uma analisando aspectos didácticos ligados ao Ramo Educacional; duas ilustrando o funcionamento de instrumentos de cálculo; e uma exemplificando o ensino da matemática pela construção de objectos ilustrativos ou demonstrativos.

Na Secção C, foram apresentadas cinco comunicações. Uma defendeu a necessidade dos Departamentos de Matemática assegurarem a formação contínua dos professores do ensino secundário; outra tentou antever as exigências sociais na formação dos professores nos anos-oitentas; a terceira analisou numericamente a existência de professores no ensino secundário e as exigências a curto prazo e a possível resposta dada pelos Centros de Formação de professores; a quarta apresentou uma análise desfavorável à profissionalização em exercício; a quinta debruçou-se sobre alguns aspectos da formação matemática dos professores do ensino primário.

Colhe-se aqui a nota animadora da presença dum grupo de professores jovens, profundamente interessados no estudo das técnicas do ensino da matemática, e na valorização formativa dos professores. As experiências didácticas e de desenvolvimento psicológico começam a atrair investigadores. O ensino da matemática, em si mesmo, começa a ser objecto de reflexão dos professores, e pensamos que é por aí o caminho certo para o

NOTA PEDAGÓGICA

por

Graciano de Oliveira
(Prof. no Dep.to de Matemática da FCTUC)

O objectivo desta nota é uma pequena crítica ao que me parece ser um erro pedagógico no ensino de vários ramos da Matemática, particularmente da Álgebra. Esse erro consiste em definir muitas estruturas algébricas (e não só) não se indo muito além (para um exemplo, ver programa do 12º ano). Para quê dar as definições, por exemplo, de grupóide, semi-grupo, grupo, anel, domínio, anel de divisão, corpo, etc. etc. se não se estuda nenhuma dessas estruturas com um mínimo de pormenor?

Não vejo outro efeito que não seja o de sobrecarregar a memória do aluno e tirar-lhe o gosto pelo assunto. De facto, esse amontoado de definições é incompreensível para quem se inicia, no sentido de que não vê (nem pode ver) a sua razão de ser, por vários motivos: **(i)** não estudando as consequências, não pode apreender o seu alcance; **(ii)** pode pensar que historicamente surgiram como lhe foram ensinadas, isto é, que num belo dia um matemático inteligente se lembrou, ao acordar, de juntar três ou quatro axiomas e chamar-lhe qualquer coisa.

Isto não é verdade. Os diferentes conceitos foram pedidos e motivados por várias razões. Ao dar-se a definição de domínio havia já à mão vários exemplos de domínios e tornava-se necessário isolar, numa definição, o que entre eles havia de comum e essencial. Depois, o estudo de consequências é indispensável para que se aprenda a razão de ser e a profundidade dum conceito.

Para quê definir grupóide, semi-grupo ou grupo (por exemplo) e depois limitar-se a dar ao aluno exercícios em que se dá um conjunto com uma operação e se pergunta: verifique se é ou não grupo, grupóide, etc.?

Penso que o estudo da Matemática deve ter uma dimensão estética. Quero dizer que deve despertar o interesse e o gosto do aluno. Obrigá-lo somente a decorar axiomas e axiomas onde ele não vê nexo, não me parece que atinja esse objectivo. O gosto surge quando, por exemplo, dum conceito (simples) se tiram consequências importantes e profundas. Assim, também me parece pedagogicamente de evitar definir-se grupo e, depois, limitar-se a provar resultados mais ou menos triviais ou com pouca profundidade, do género "**a identidade à direita também o é a esquerda**". Essas demonstrações são, em geral, pouco interessantes, difíceis de fixar, e o resultado não parece notável nem, tão pouco, belo. Já me parece notável e esteticamente muito satisfatório, por exemplo, o teorema de Jordan-Hölder na Teoria dos Grupos ou a classificação dos grupos abelianos finitos (a primeira vez que estudei esta classificação andei atarantado vários dias). Só pretendo exemplificar e não dizer que estes assuntos deveriam ser incluídos no programa do 12º ano. Mas talvez se pudessem incluir, com vantagem, a noção de grupo quociente e os teoremas fundamentais sobre homomorfismos de grupos.

De qualquer modo creio que, em vez de se definirem 4 ou 5 estruturas, não se passando de trivialidades, seria melhor definir uma só e chegar a alguns teoremas razoavelmente interessantes.

Não se deve esquecer que uma definição é, em grande medida, uma abreviatura e as abreviaturas só abreviam de facto se há necessidade de as usar muitas vezes. De contrário, para quê mais um nome?

Parece-me que os programas do ensino secundário contêm demasiadas trivialidades com as quais não se chega a nada que aumente o conhecimento do estudante. A isso prefiro a fórmula resolvente da equação do 2º grau: depois de a aprender, mesmo que não a ache bonita, fico com a sensação de que agora sou capaz de achar as raízes de ax^2+bx+c, coisa que antes não era. Logo, adquiri qualquer coisa. Com bijecções de países nas respectivas capitais é que me parece que não adquiri nada de novo a não ser a vontade de bocejar ou a capacidade de muito escolasticamente dizer com palavras mais difíceis o que eu há muito sabia bem.

Para terminar: (i) o que acima digo não se aplica só so ensino primário e secundário mas também ao superior e até pós-graduado; (ii) baseei-me na minha experiência de aprendiz de Matemática e de ensinador da dita.

TABUADA OU CALCULADORAS? *(continuado da pág.5)*

BIBLIOGRAFIA EM PORTUGUÊS

[1] J.P. DENIS e A. MARTEGANI, O computador e o ensino, *Revista Portuguesa de Pedagogia,* ano V, 1971, pg. 193-218.

[2] M. MONTMOLLIN, *O Ensino Programado,* Livraria Almedina, Coimbra, 1973.

[3] J.F. QUEIRÓ, Ovelhas, matrizes e computadores (a publicar nas *Actas do IV Encontro Regional da S.P.M.,* Covilhã, 1981).

[4] N.A.V. RAPOSO, *O Computador e a avaliação da aprendizagem,* Coimbra Editora, Coimbra, 1981.

[5] ——, Introdução ao ensino programado, *Revista Portuguesa de Pedagogia,* ano V, 1971, pg. 143-160.

[6] S.M. SANTOS, o papel do minicomputador na escola, *Boletim da S.P.M.,* nº 3-4, 1980, pg. 21-33.

[7] R.J.B. SOARES e L.A. MARTINS, Funções reais de variável natural, *Actas das VI Jornadas de Matemática Hispano-Lusas,* Santander, 1979, pg. 1337-1341.

contacto

Nº 7 JULHO 1982

Organizaram este número: José Machado Gil, João Filipe Queiró, Armando Gonçalves.

—

Delegação Regional do Centro da Sociedade Portuguesa de Matemática — Departamento de Matemática da F.C.T.U.C. - 3000 - COIMBRA

—

Os artigos assinados responsabilizam apenas os seus autores.