1. A Lebre de Março (personagem de "Alice no País das Maravilhas") mente sempre de segunda a quarta-feira e diz a verdade nos restantes dias da semana. Um dia encontrou a Alice e disse-lhe: "Menti ontem e mentirei amanhã."

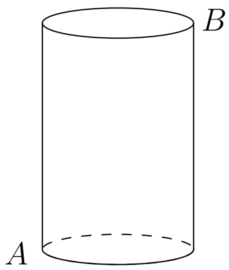
   Em que dia da semana poderá a Lebre de Março ter feito esta afirmação?

2. Seja m um inteiro positivo tal que m.d.c.$(m, 35) > 10$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

   (A) m tem pelo menos 3 dígitos; (B) m tem que ser múltiplo de 35;
   (C) m tem que ser divisível por 15; (D) m tem que ser divisível por 25;
   (E) m é divisível por 5 ou por 7 mas não por ambos.

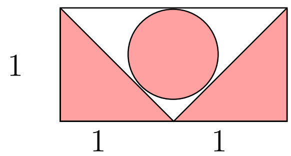
3. Desenha-se um triângulo equilátero CDE exterior ao quadrado $ABCD$. Quanto mede o ângulo $\angle ACE$?

4. O cilindro da figura tem raio 1 e altura 6. Uma formiga vai do ponto A ao ponto B, pela superfície do cilindro. Qual é o comprimento do caminho mais curto?



5. Os lados do triângulo ΔABC medem $3, 4$ e 5. Classifica o triângulo dado quanto aos ângulos. Justifica.

6. Qual é a área da região sombreada?

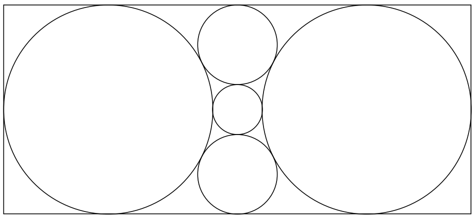


7. Uma capicua é um número inteiro positivo que permanece igual se invertermos a ordem dos seus dígitos. Por exemplo, o número 23432 é uma capicua. Considera todas as capicuas escritas por ordem crescente. Que valores primos podem tomar as diferenças entre capicuas sucessivas?

8. Se $\log_2 10 = t$, quanto é $\log_{10} 2$ em termos de t?

9. Quantos inteiros têm a seguinte propriedade: "O seu maior divisor diferente do próprio número, é 91."

10. Qual é comprimento do lado maior do rectângulo da figura?



11. Os números inteiros positivos x e y não têm divisores comuns maiores que 1 e satisfazem a propriedade $xy = 30$. Qual é o menor valor possível de $x + y$?

12. Quantos pares de dígitos de entre os seguintes: $00, 11, 22, \ldots, 88, 99$ são os últimos dígitos de um quadrado perfeito?

13. Escolhe-se ao acaso um número de 3 dígitos. Qual é a probabilidade de este número ser par e maior que 399?

14. Um polígono regular de n lados tem $6n$ diagonais (uma diagonal é um segmento que une dois vértices não consecutivos). Qual é o valor de n?

15. Dez amigos num acampamento de Verão querem jogar voleibol. De quantas maneiras podem repartir-se em duas equipas de 5 jogadores cada uma, se de entre os 10 o Marco quer jogar com o Carlos e o Víctor quer jogar com o André?

16. Dado um triângulo $\triangle ABC$ qualquer, determina o rectângulo inscrito que tem um lado sobre $[AB]$ e cuja diagonal é mínima.

17. No final da primeira volta de um grupo da Liga dos Campeões, cada equipa jogou contra cada uma das outras exactamente uma vez e a classificação foi: A - 7 pontos; B - 4 pontos; C - 3 pontos; D - 3 pontos. (Cada vitória vale 3 pontos e cada empate vale 1 ponto.) Qual foi o resultado do jogo de A contra D?
   (A) Ganhou A; (B) Empataram;
   (C) Depende do resultado do jogo de A contra B; (D) Ganhou D;
   (E) Depende do resultado do jogo de A contra C.

18. Mostra que existe uma única função f, de $\mathbb{N}$ em $\mathbb{N}$ ($\mathbb{N} = 1, 2, 3, \ldots$), que verifica
$$f(a+b)f(a-b) = f(a^2),$$
para quaisquer $a, b \in \mathbb{N}$ tais que $a > b$.