Na resolução de problemas com figuras geométricas é frequente desenhar-se muito mais do que apenas os dados do problema. Para ilustrarmos esta ideia, considera o seguinte problema:

> Seja $[ABCD]$ um quadrado. Como indicado no lado esquerdo da figura 2, marca a partir de cada um dos vértices A e D, um ângulo de 15 graus. Seja E a intersecção dos segmentos adicionados. Mostra que que o triângulo $[EBC]$ é equilátero.

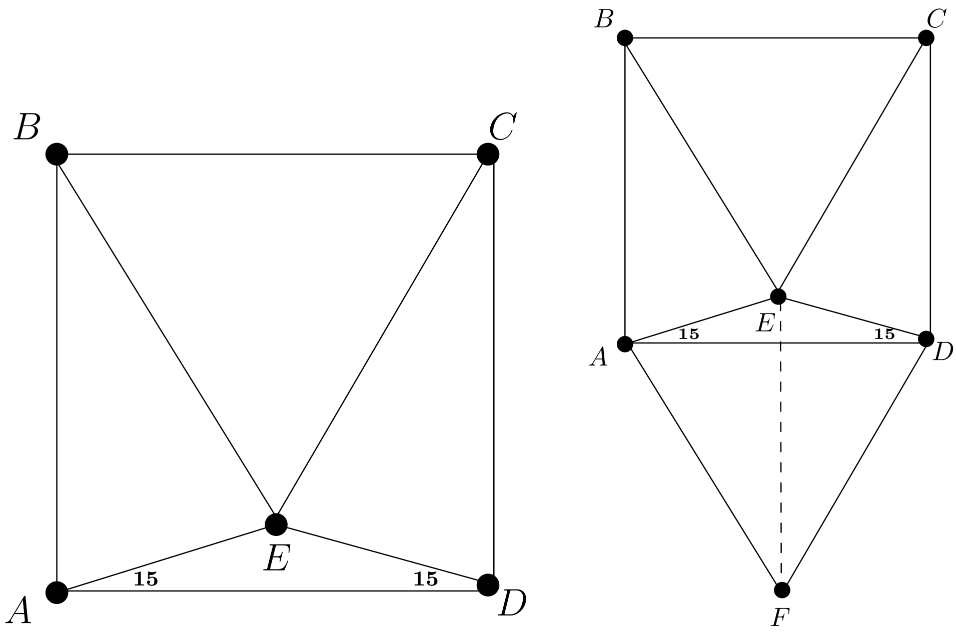

Figura 2: Qual é o valor do ângulo $\widehat{BEC}$?

Com este problema também se consegue ilustrar outra ideia importante. Repara que com os mesmos dados se consegue fazer um problema mais difícil. A saber, podíamos tão somente ter perguntado pela medida do ângulo $\widehat{BEC}$. Por outras palavras, o problema que enunciámos contém deliberadamente uma pista, que neste caso é nada mais nada menos que a resposta! De facto, nos problemas em que se diz "mostre que" é sempre uma boa táctica extrair todas as consequências do facto que se quer demonstrar. Neste caso, pedimos-te que no lado esquerdo da figura 2 escrevas 60 para o valor da amplitude $\widehat{BEC}$ bem como as amplitudes de todos os demais ângulos envolvidos. Assim, poderás concluir que os triângulos $[ABE]$ e $[ECD]$ são ambos isósceles de amplitudes de ângulos da base iguais a 75 graus. Tal sugere a seguinte construção. Desenhemos um triângulo equilátero de base $[AD]$ para fora do quadrado $[ABCD]$; como no lado direito da Figura 2.

No espaço que te deixamos abaixo mostra que os triângulos $[EDF]$ e $[EDC]$ são congruentes.

O raciocício que usaste, com as necessárias modificações, serve também, para mostrar que os triângulos $[AEF]$ e $[AEB]$ são congruentes. O triângulo $[AED]$ é isósceles (pois tem dois ângulos iguais) e logo $\overline{AE} = \overline{ED}$. Tal permite-nos concluir que os triângulos $[ECD]$ e $[ABE]$ são congruentes. (Porquê?) Em resumo, têm-se as seguintes igualdades: $\widehat{EFD} = \widehat{ECD} = \widehat{ABE} = \widehat{AFE}$. É obvio que $\widehat{AFE} + \widehat{EFD} = 60$ pois o triângulo que construimos é equilátero. Substituindo pelas igualdades que deduzimos anteriormente obtemos $\widehat{ABE} = \widehat{ECD} = 30$, que é claramente suficiente para mostrar que $[BEC]$ é equilátero. Este problema aparece no livro "*Aventuras Matemáticas*" de Miguel de Guzmán, cuja leitura recomendamos vivamente. [Há uma edição deste livro em português pela Gradiva que poderás tentar encontrar numa biblioteca pública, já que, à data em que escrevemos, a última edição deste livro se encontrava esgotada.] A solução apresentada no livro expressa ainda uma outra ideia útil a usar na resolução de problemas deste tipo. Trata-se de tentar encontrar o máximo de simetria possível. Reproduzimos aqui a figura da resolução deste problema tal como aparece neste livro.

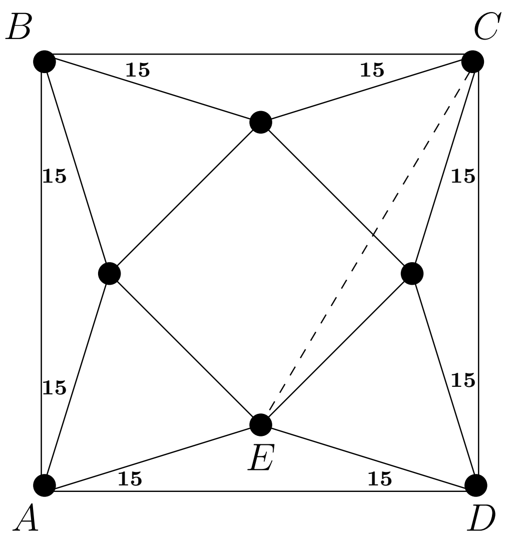

Figura 3: Simetria completa

EXERCÍCIOS

(5) Considera dois triângulos equiláteros $[ABC]$ e $[CDE]$ (com um vértice em comum) de bases $[AB]$ e $[CE]$ sobre uma recta comum e vértices B e D do mesmo lado desta recta. Seja P o ponto de intersecção dos segmentos $[BE]$ e $[AD]$. Mostra que P coincide com a intersecção das circunferências circunscritas aos triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$. [Neste problema precisas do teorema do arco capaz que podes encontrar no texto de Geometria na secção de material de apoio no website do delfos.]

(6) O mesmo problema que o anterior só que agora não suponhas que os triângulos estão sobre uma recta. [Em particular nada impede que os seus segmentos se intersectem.]

(7) Seja $[ABC]$ um triângulo qualquer. Constroi sobre cada um dos seus lados um triângulo equilátero exterior cujo comprimento de lado é igual ao lado em questão. Denota o novo vértice do triângulo equilátero de base $[AB]$ por C'; o novo vértice do triângulo equilátero de base $[BC]$ por A' e novo vértice do triângulo equilátero de base $[CA]$ por B'. Mostra que os segmentos $[AA']$, $[BB']$ e $[CC']$ são concorrentes.